



数 学

时量:120 分钟

满分:150 分

命题人:刘东红 曹菲菲 吴雪飞 陆稳 审题人:高一数学备课组

得分:_____

一、选择题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.)

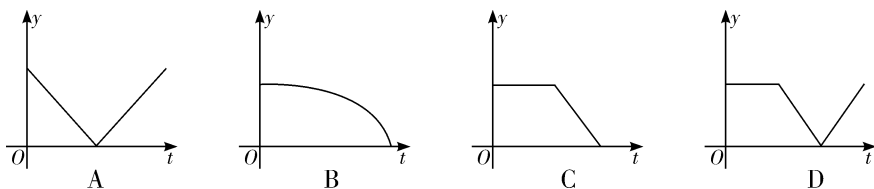
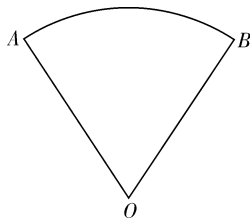
1. 已知集合 $A = \{x | (x-2)(x+1) \leq 0\}$, $B = \{x | x \leq 1\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $[-1, 1]$ B. $(-1, 1)$ C. $(-\infty, 2]$ D. $[2, +\infty)$

2. 已知命题 $p: \forall x \in \mathbf{R}, |x| > 0$, 则

- A. p 为真命题, p 的否定: $\forall x \in \mathbf{R}, |x| \leq 0$
 B. p 为真命题, p 的否定: $\exists x \in \mathbf{R}, |x| \leq 0$
 C. p 为假命题, p 的否定: $\forall x \in \mathbf{R}, |x| \leq 0$
 D. p 为假命题, p 的否定: $\exists x \in \mathbf{R}, |x| \leq 0$

3. 如图,公园里有一处扇形花坛,小明同学从 A 点出发,沿花坛外侧的小路顺时针方向匀速走了一圈(路线为 $AB \rightarrow BO \rightarrow OA$),则小明到 O 点的直线距离 y 与他从 A 点出发后运动的时间 t 之间的函数图象大致是



4. 函数 $f(x) = x - \frac{2}{x} (x \in [1, 2])$ 的最大值为

- A. -1 B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. 2

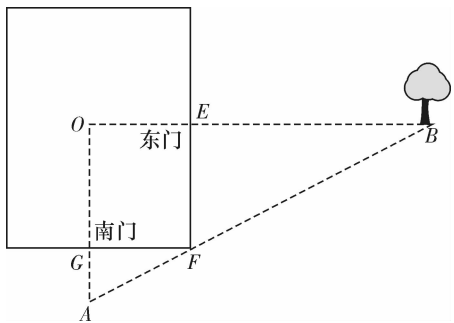
5. 函数 $y = \log_3 x$ 与 $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ 的图象

- A. 关于原点对称 B. 关于 x 轴对称
 C. 关于 y 轴对称 D. 关于直线 $y = x$ 轴对称

6. 设 $a = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$, $b = \left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{1}{3}}$, $c = 5^{\frac{1}{5}}$, 则

- A. $a < b < c$ B. $a < c < b$
 C. $c < b < a$ D. $b < a < c$

- 7.《九章算术》是中国传统数学最重要的著作,奠定了中国传统数学的基本框架,其中卷第九勾股中记载:“今有邑,东西七里,南北九里,各中开门.出东门一十五里有木.问出南门几何步而见木?”其算法为:东门南到城角的步数,乘南门东到城角的步数,乘积作被除数,以树距离东门的步数作除数,被除数除以除数得结果,即出南门 x 里见到树,则 $x = \frac{(9 \times \frac{1}{2}) \times (7 \times \frac{1}{2})}{15}$. 若一小城,如图所示,出东门 1200 步有树,出南门 750 步能见到此树,则该小城的周长的最小值为(注:1 里=300 步)



- A. $2\sqrt{10}$ 里 B. $4\sqrt{10}$ 里 C. $6\sqrt{10}$ 里 D. $8\sqrt{10}$ 里
8. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2(a+2)x + a^2$, $g(x) = -x^2 + 2(a-2)x - a^2 + 8$. 设 $H_1(x) = \max\{f(x), g(x)\}$, $H_2(x) = \min\{f(x), g(x)\}$, $\max\{p, q\}$ 表示 p, q 中的较大值, $\min\{p, q\}$ 表示 p, q 中的较小值, 记 $H_1(x)$ 的最小值为 A , $H_2(x)$ 的最大值为 B , 则 $A - B =$
- A. $a^2 - 2a - 16$ B. $a^2 + 2a - 16$
C. 16 D. -16

二、选择题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.)

9. 十六世纪中叶, 英国数学家雷科德在《砺智石》一书中首先把“=”作为等号使用, 后来英国数学家哈利奥特首次使用“<”和“>”符号, 并逐渐被数学界接受, 不等号的引入对不等式的发展影响深远. 若 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 则下列命题正确的是
- A. 若 $ac^2 > bc^2$, 则 $a > b$
B. 若 $a > b, c > d$, 则 $a - d > b - c$
C. 若 $a > b, c > d$, 则 $ac > bd$
D. 若 $a > b$, 则 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

10. 关于 x 的方程 $x^2 - mx + 1 = 0$ 无实数解的一个必要条件是

A. $-2 < m < 2$

B. $m > -2$

C. $m < 2$

D. $-1 < m < 1$

11. 下列命题正确的有

A. 若集合 $A = \{x | x > 0\}$, 集合 $B = \{y | y \geq 0\}$, 则 $f: x \rightarrow y = \sqrt{x}$ 是从集合 A 到集合 B 的一个函数

B. 设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 I , 存在常数 M , 对于任意的 $x \in I$, 都有 $f(x) \leq M$, 则 M 是函数 $y = f(x)$ 的最大值

C. 设函数 $y = f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 则 $f(x) \cdot f(-x) \leq 0$

D. 既是奇函数, 又是偶函数的函数有无穷多个

12. 关于函数 $f(x) = x\left(\frac{2}{e^x + 1} - 1\right)$, 下列结论正确的是

A. $f(x)$ 的图象关于 y 轴对称

B. $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上不单调

C. $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增

D. $f(x+1)$ 的最大值为 0

选择题答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
答案													

三、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.)

13. 计算: $\lg \frac{5}{2} + 2\lg 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + 2^0 =$ _____.

14. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $a - 3b + 6 = 0$, 则 $2^a + \frac{1}{8^b}$ 的最小值为 _____.

15. 已知函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $[4, 14]$, 则函数 $f(2^x + 2x)$ 的定义域为 _____.

16. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x + \frac{4}{x}, & 0 < x < 4, \\ -\frac{1}{4}x^2 + 3x - 4, & x \geq 4. \end{cases}$ 若存在 $0 < x_1 < x_2 < x_3 < x_4$,

使得 $f(x_1) = f(x_2) = f(x_3) = f(x_4)$, 则 $x_1 x_2 x_3 x_4$ 的取值范围为 _____.

四、解答题(本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤.)

17. (本小题 10 分)

已知函数 $f(x^2+1)=x(x\geq 0)$.

(1)求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2)判断 $f(x)$ 的单调性,并用定义证明.

18. (本小题 12 分)

已知函数 $f(x)=\sqrt{4-x}+\frac{1}{\sqrt{x+3}}$ 的定义域为集合 A .

(1)求集合 A ;

(2)若集合 $B=\{x|k+1\leq x\leq 2k-1\}$,且满足 $B\subseteq A$,求实数 k 的取值范围.

19. (本小题 12 分)

吉祥物“冰墩墩”在 2022 年北京冬奥会强势出圈,并衍生出很多不同品类的吉祥物手办.某企业承接了“冰墩墩”玩具手办的生产,已知生产此玩具手办的固定成本为 200 万元.每生产 x 万盒,需投入成本 $h(x)$ 万元,当产量小于或等于 50 万盒时, $h(x)=180x+100$;当产量大于 50 万盒时, $h(x)=x^2+60x+3500$.若每盒玩具手办售价 200 元.通过市场分析,该企业生产的玩具手办可以全部销售完(利润=售价-成本,成本=固定成本+生产中投入成本).

- (1)求“冰墩墩”玩具手办销售利润 y (单位:万元)关于产量 x (单位:万盒)的函数关系式;
- (2)当产量为多少万盒时,该企业在生产中所获利润最大?

20. (本小题 12 分)

设函数 $y=f(x)$ ($x \in \mathbf{R}$, 且 $x \neq 0$) 对任意非零实数 x_1, x_2 恒有 $f(x_1 x_2) = f(x_1) + f(x_2)$, 且对任意 $x > 1$, 有 $f(x) < 0$.

(1) 求 $f(-1)$ 及 $f(1)$ 的值;

(2) 判断并证明函数 $f(x)$ 的奇偶性;

(3) 求不等式 $f(x) + f\left(x - \frac{3}{2}\right) \leq 0$ 的解集.

21. (本小题 12 分)

$[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 例如, $[-3.5] = -4$, $[2.1] = 2$. 设函数 $f(x) = [x]$, $x \in [-3, 2)$.

(1) 画出 $f(x) = [x]$ 的图象;

(2) 设函数 $g(x) = \log_2 |x|$, 求方程 $f(x) - g(x) = 0$ 的解.

22. (本小题 12 分)

已知函数 $f(x) = 1 - \frac{a}{a^x + 1}$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数.

(1) 求实数 a 的值;

(2) 求函数 $f(x)$ 的值域;

(3) 当 $x \in \left[\frac{1}{2}, 2\right]$ 时, $t \cdot f(x) > |2^x - 2|$ 恒成立, 求实数 t 的取值范围.