

毕达哥拉斯 (约公元前560—480年)

“数”是万物的本源，支配整个自然界和人类社会。

世间一切事物都可归结为数或数的比例，这是世界所以美好和谐的源泉。



湖南师大附中
The High School Attached To Hunan Normal University

7.1.1 数系的扩充和复数的概念

湖南师大附中 张湘君



解方程： $x^3 = 15x + 4$.

1545年，数学家卡当发表了《重要的艺术》一书，公布了三次方程的一般解法，被后人称之为“卡当公式”。



卡当 (Jerome Cardan 1501 – 1576)

解方程： $x^3 = 15x + 4$.

利用卡当公式，得出三个根：

$$x = -2 \pm \sqrt{3} \text{ 或 } x = \sqrt[3]{2 + \sqrt{-121}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{-121}}.$$

通过因式分解，得 $(x-4)(x^2 + 4x + 1) = 0$ ，
得出三个根为： $x = -2 \pm \sqrt{3}$ 或 $x = 4$.

$$\sqrt[3]{2 + \sqrt{-121}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{-121}} = 4$$



问题1: 回顾从自然数系逐步到实数系的扩充过程, 每一次数系扩充的主要原因是什么? 分别解决了什么实际问题或数学问题? 借助下面的方程, 从解方程的角度加以说明?

① $x + 4 = 3, x \in N$; ② $2x = 5, x \in Z$;

③ $x^2 = 7, x \in Q$; ④ $x^2 = -1, x \in R$.



计数的需要



自然数



正整数

零

8844 米

珠穆朗玛峰

珠穆朗玛峰大约比海平面高8844米。

-----> +8844

吐鲁番盆地大约比海平面低155米。

-----> -155

相反意义的量



负整数

海平面

-155 米
吐鲁番盆地

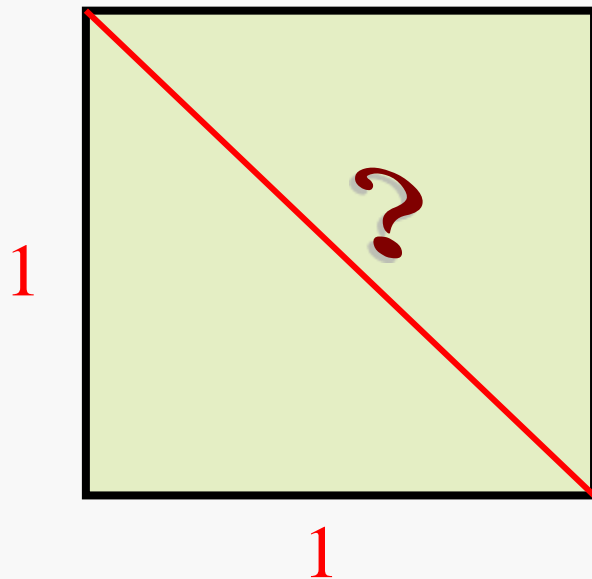


测量、分配中的等分



分数

边长为1的正方形的对角线长是多少？



度量的需要



无理数

数系的扩充

计数的需要



自然数（正整数与零）

表示相反意义的量



整数

解方程 $x+4=3$

测量、分配中的等分



有理数

解方程 $2x=5$

度量的需要



实数

解方程 $x^2=7$

$x^2=-1$?



?



问题2: 方程 $x^2 + 1 = 0$ 在实数系中无解，类比从自然数系扩充到实数系的过程，特别是从有理数系扩充到实数系的过程，引入一个什么样的数，使这个方程有解？

1637年，法国数学家笛卡尔把负数的平方根叫作“**虚数**”。



笛卡尔 (R. Descartes, 1596--1661)

虚数单位



湖南师大附中
The High School Attached To Hunan Normal University

1777年, 欧拉首次提出用 i 表示平方等于 -1 的新数.



欧拉 (Leonhard Euler, 1707—1783)

虚数单位



湖南师大附中
The High School Attached To Hunan Normal University



1801年, 高斯系统使用了 i 这个符号, 使之通行于世.

高斯 (Johann Carl Friedrich Gauss, 1777—1855)

新数 i 叫做虚数单位, 并规定:

(1) $i^2 = -1$;

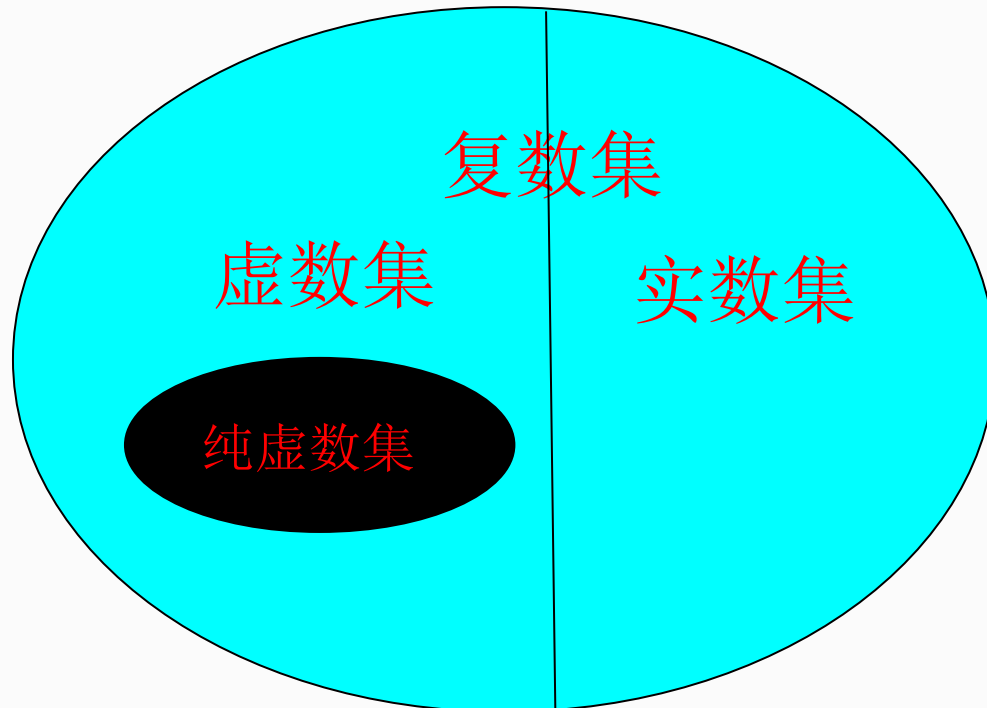
(2) 实数可以与 i 进行四则运算, 在进行四则运算时, 原有的加法与乘法的运算律仍然成立.

实数与 i 进行四则运算后, 得到的全体复数 $a + bi$ ($a, b \in R$) 组成集合: 复数集, 用字母 C 表示: $C = \{a + bi \mid a, b \in R\}$.

问题3: 阅读教科书, 回答以下问题:

- (1) 复数 $a + bi$ ($a, b \in R$) 的虚数单位、实部、虚部分别是指什么?
- (2) 什么是虚数和纯虚数? 试举例说明.
- (3) 两个复数 $a + bi$ ($a, b \in R$) 和 $c + di$ ($c, d \in R$) 相等的含义是什么? 为什么要明确两个复数相等的含义?

问题4: 复数集 C 和实数集 R 之间有什么关系? 你能对复数进行分类, 并用Venn图表示吗?



例1: 写出下列复数的实部与虚部, 并指出哪些是实数, 哪些是虚数, 哪些是纯虚数?

$$0, i, 2 + \sqrt{7}, -\sqrt{3}i, 5 + 2i, (1 - \sqrt{3})i$$

例2: 实数 m 取什么值时, 复数 $z = m + 1 + (m - 1)i$ 分别是实数, 虚数和纯虚数?

例3: 设复数 $z_1 = (x - y) + (x + 3)i$, $z_2 = (3x + 2y) - yi$, 若 $z_1 = z_2$, 求实数 x, y 的值.

本节课，你有哪些收获或困惑？试从知识、方法、思想、经验、困惑等方面谈谈。

知识

复数的基本概念，复数相等的含义、复数的分类等

方法

实数系扩充到复数系运用了类比的研究方法

思想

解决复数相等问题运用了转化的数学思想

经验

研究新的数学问题可以类比、联想已学过的内容

困惑

???

作业

练习

必修第二册第70页练习
1、2、3

预习

7.1.2 复数的几何意义

探究

复数的产生与发展历史



湖南师大附中
The High School Attached to Hunan Normal University

